

Breadth/Depth First Search (BFS/DFS)

Bahan Kuliah IF2211 Strategi Algoritmik
Oleh: Rinaldi Munir

Update: Nur Ulfa Maulidevi
2 Maret 2015

Traversal Graf

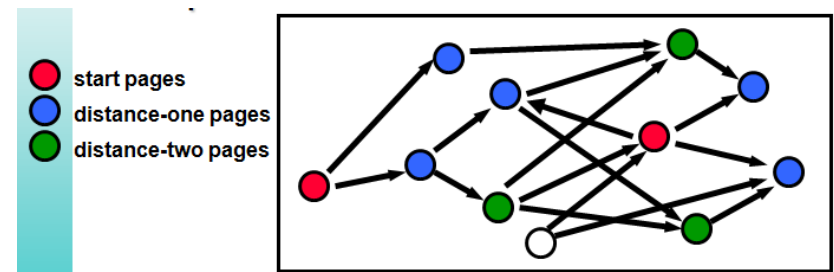
- Algoritma traversal graf: mengunjungi simpul dengan cara yang sistematis
 - Pencarian melebar (breadth first search/BFS)
 - Pencarian mendalam (depth first search/DFS)
 - Asumsi: graf terhubung
- Graf: representasi persoalan →
Traversal graf: pencarian solusi



social graph

<http://www.oreilly.de/catalog/9780596518172/toc.html>

Web page network



Algoritma Pencarian

- Tanpa informasi (*uninformed/blind search*)
 - Tidak ada informasi tambahan
 - Contoh: **DFS**, **BFS**, *Depth Limited Search*, *Iterative Deepening Search*, *Uniform Cost Search*
- Dengan informasi (*informed Search*)
 - Pencarian berbasis heuristik
 - Mengetahui non-goal state “lebih menjanjikan” daripada yang lain
 - Contoh: Best First Search, A*

Representasi Graf dalam Proses Pencarian

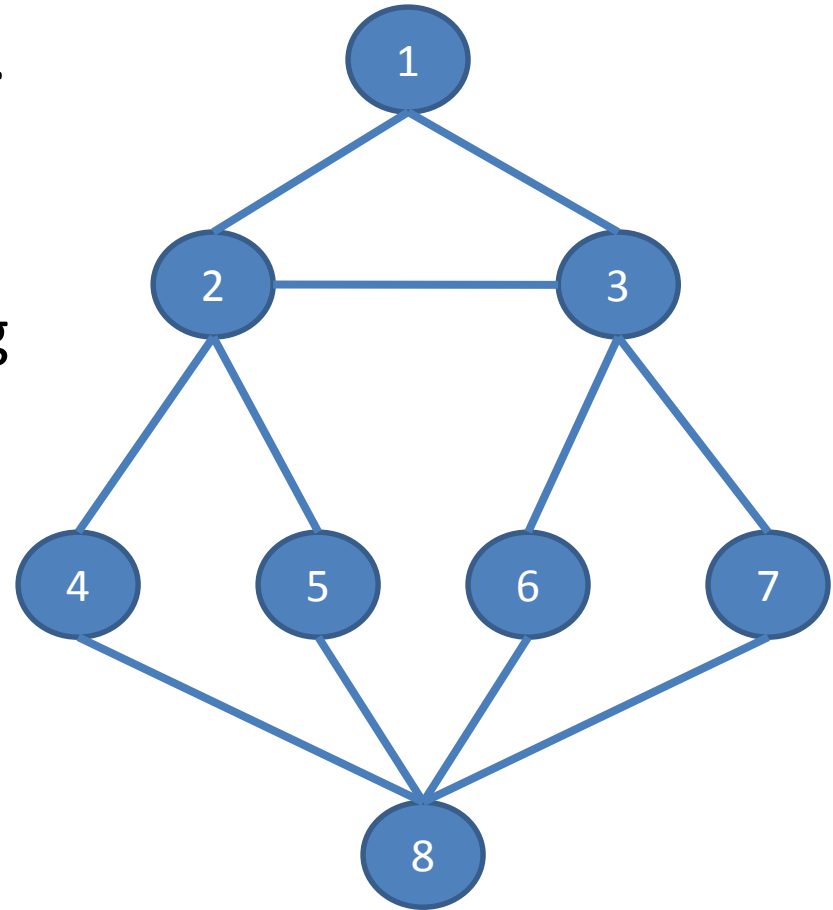
Dalam proses pencarian solusi, terdapat dua pendekatan:

- **Graf statis**: graf yang sudah terbentuk sebelum proses pencarian dilakukan
 - graf direpresentasikan sebagai struktur data
- **Graf dinamis**: graf yang terbentuk saat proses pencarian dilakukan
 - graf tidak tersedia sebelum pencarian, graf dibangun selama pencarian solusi

GRAF STATIS

Pencarian Melebar (BFS)

- Traversal dimulai dari simpul v .
- Algoritma:
 1. Kunjungi simpul v
 2. Kunjungi semua simpul yang bertetangga dengan simpul v terlebih dahulu.
 3. Kunjungi simpul yang belum dikunjungi dan bertetangga dengan simpul-simpul yang tadi dikunjungi, demikian seterusnya.



BFS: Struktur Data

1. Matriks ketetanggaan $A = [a_{ij}]$ yang berukuran $n \times n$,
 $a_{ij} = 1$, jika simpul i dan simpul j bertetangga,
 $a_{ij} = 0$, jika simpul i dan simpul j tidak bertetangga.
2. Antrian q untuk menyimpan simpul yang telah dikunjungi.
3. Tabel Boolean, diberi nama “dikunjungi”
dikunjungi : `array[1..n] of boolean`
dikunjungi[i] = *true* jika simpul i sudah dikunjungi
dikunjungi[i] = *false* jika simpul i belum dikunjungi

```

procedure BFS(input v:integer)
  { Traversal graf dengan algoritma pencarian BFS.

  Masukan: v adalah simpul awal kunjungan
  Keluaran: semua simpul yang dikunjungi dicetak ke layar
}
Deklarasi
  w : integer
  q : antrian;

  procedure BuatAntrian(input/output q : antrian)
  { membuat antrian kosong, kepala(q) diisi 0 }

  procedure MasukAntrian(input/output q:antrian, input v:integer)
  { memasukkan v ke dalam antrian q pada posisi belakang }

  procedure HapusAntrian(input/output q:antrian,output v:integer)
  { menghapus v dari kepala antrian q }

  function AntrianKosong(input q:antrian) → boolean
  { true jika antrian q kosong, false jika sebaliknya }

```

Algoritma:

```

  BuatAntrian(q)      { buat antrian kosong }

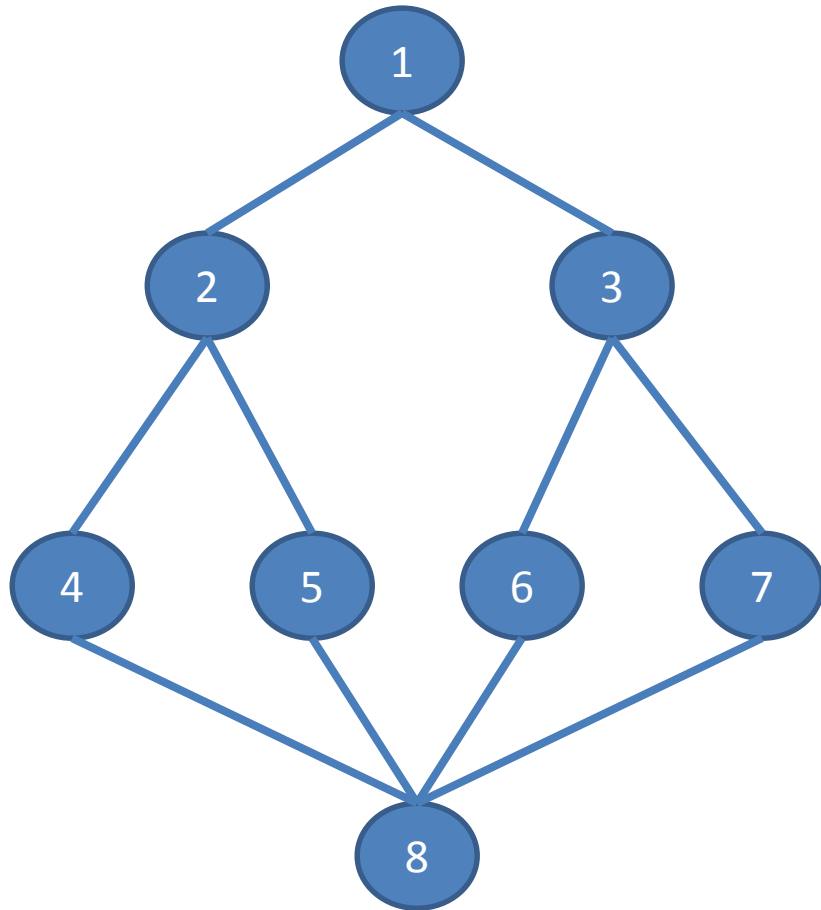
  write(v)            { cetak simpul awal yang dikunjungi }
  dikunjungi[v]←true { simpul v telah dikunjungi, tandai dengan
                       true}
  MasukAntrian(q,v)  { masukkan simpul awal kunjungan ke dalam
                       antrian)

  { kunjungi semua simpul graf selama antrian belum kosong }
  while not AntrianKosong(q) do
    HapusAntrian(q,v) { simpul v telah dikunjungi, hapus dari
                       antrian }

    for tiap simpul w yang bertetangga dengan simpul v do
      if not dikunjungi[w] then
        write(w)      {cetak simpul yang dikunjungi}
        MasukAntrian(q,w)
        dikunjungi[w]←true
      endif
    endfor
  endwhile
  { AntrianKosong(q) }

```


BFS: Ilustrasi

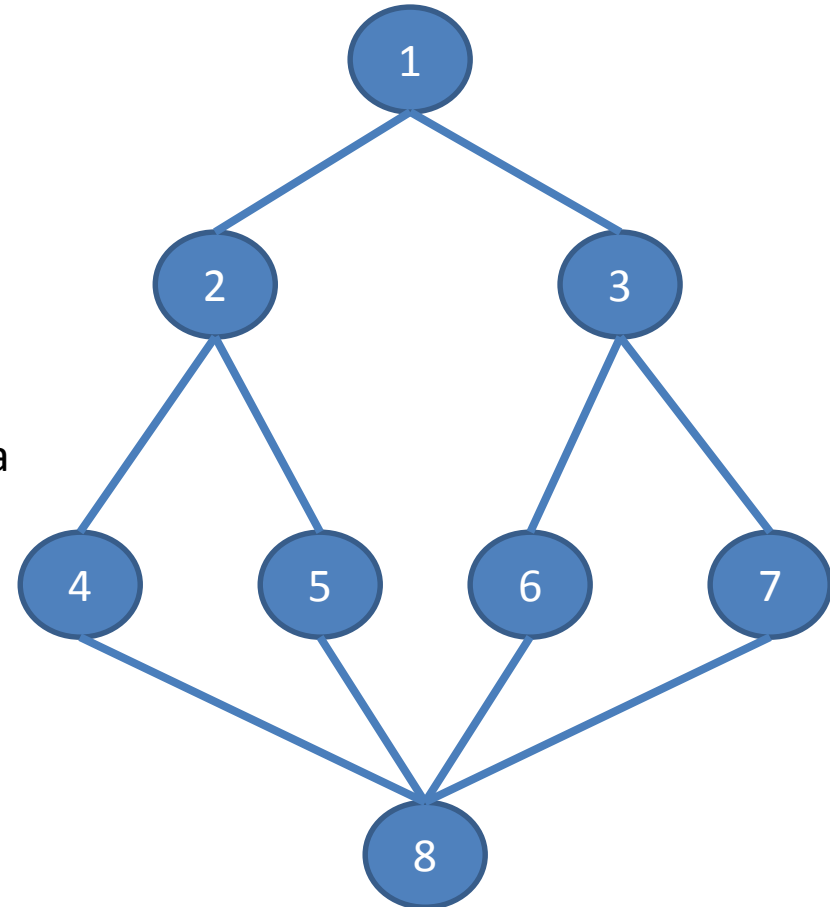


Iterasi	V	Q	dikunjungi							
			1	2	3	4	5	6	7	8
Inisialisasi	1	{1}	T	F	F	F	F	F	F	F
Iterasi 1	1	{2,3}	T	T	T	F	F	F	F	F
Iterasi 2	2	{3,4,5}	T	T	T	T	T	F	F	F
Iterasi 3	3	{4,5,6,7}	T	T	T	T	T	T	T	F
Iterasi 4	4	{5,6,7,8}	T	T	T	T	T	T	T	T
Iterasi 5	5	{6,7,8}	T	T	T	T	T	T	T	T
Iterasi 6	6	{7,8}	T	T	T	T	T	T	T	T
Iterasi 7	7	{8}	T	T	T	T	T	T	T	T
Iterasi 8	8	{}	T	T	T	T	T	T	T	T

Urutan simpul yang dikunjungi: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

Pencarian Mendalam (DFS)

- Traversal dimulai dari simpul v .
- Algoritma:
 1. Kunjungi simpul v
 2. Kunjungi simpul w yang bertetangga dengan simpul v .
 3. Ulangi DFS mulai dari simpul w .
 4. Ketika mencapai simpul u sedemikian sehingga semua simpul yang bertetangga dengannya telah dikunjungi, pencarian dirunut-balik (*backtrack*) ke simpul terakhir yang dikunjungi sebelumnya dan mempunyai simpul w yang belum dikunjungi.
 5. Pencarian berakhir bila tidak ada lagi simpul yang belum dikunjungi yang dapat dicapai dari simpul yang telah dikunjungi.



DFS

```
procedure DFS(input v:integer)  
{Mengunjungi seluruh simpul graf dengan algoritma pencarian DFS
```

Masukan: v adalah simpul awal kunjungan

Keluaran: semua simpul yang dikunjungi ditulis ke layar

```
}
```

Deklarasi

```
  w : integer
```

Algoritma:

```
  write(v)
```

```
  dikunjungi[v] ← true
```

```
  for w ← 1 to n do
```

```
    if A[v,w]=1 then {simpul v dan simpul w bertetangga }
```

```
      if not dikunjungi[w] then
```

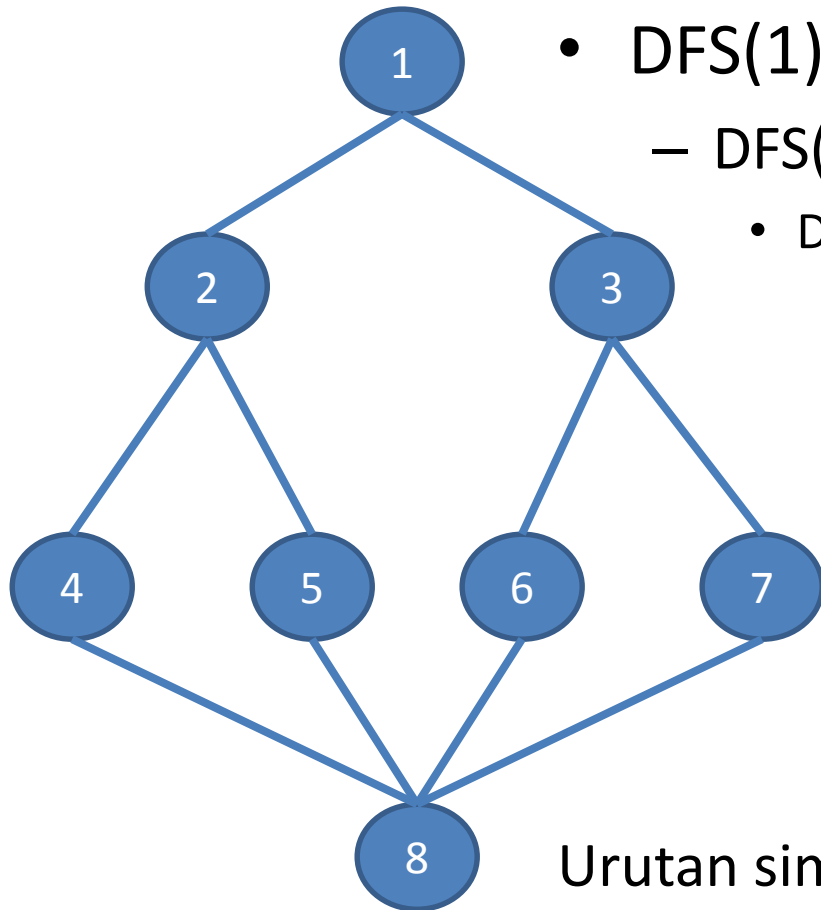
```
        DFS(w)
```

```
      endif
```

```
    endif
```

```
  endfor
```

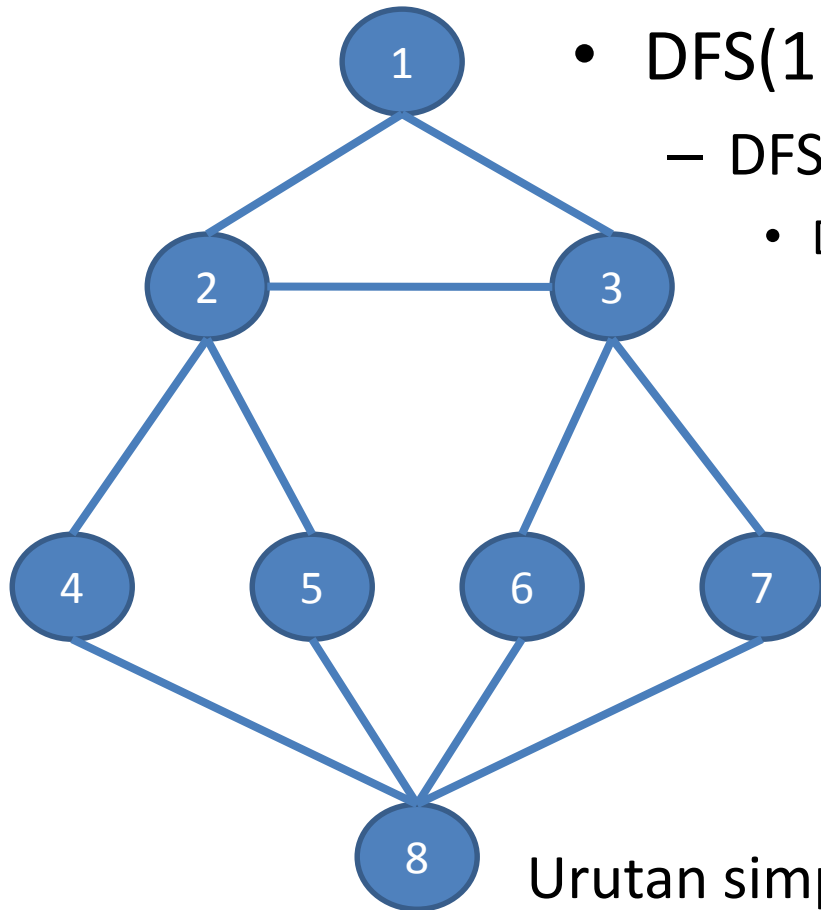
DFS: Ilustrasi 1



- DFS(1): $v=1$; dikunjungi[1]=true; DFS(2)
 - DFS(2): $v=2$; dikunjungi[2]=true; DFS(4)
 - DFS(4): $v=4$; dikunjungi[4]=true; DFS(8)
 - DFS(8): $v=8$; dikunjungi[8]=true; DFS(5)
 - » DFS(5): $v=5$; dikunjungi[5]=true
 - » DFS(6): $v=6$; dikunjungi[6]=true; DFS(3)
 - DFS(3): $v=3$; dikunjungi[3]=true; DFS(7)
 - DFS(7): $v=7$; dikunjungi[7]=true

Urutan simpul2 yang dikunjungi: 1, 2, 4, 8, 5, 6, 3, 7

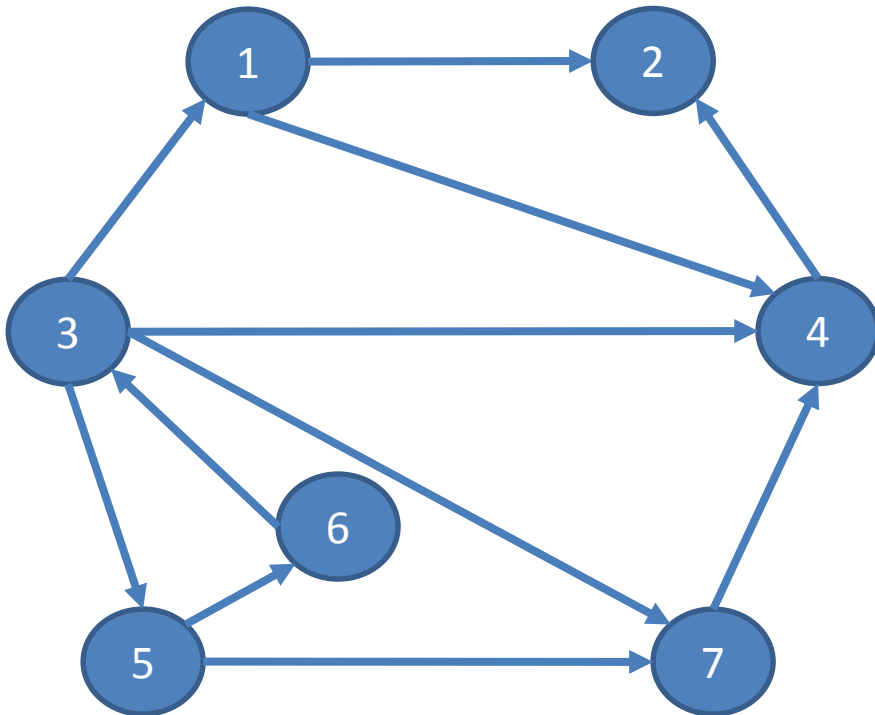
DFS: Ilustrasi 2



- DFS(1): $v=1$; dikunjungi[1]=true; DFS(2)
 - DFS(2): $v=2$; dikunjungi[2]=true; DFS(3)
 - DFS(3): $v=3$; dikunjungi[3]=true; DFS(6)
 - DFS(6): $v=6$; dikunjungi[6]=true; DFS(8)
 - » DFS(8): $v=8$; dikunjungi[8]=true; DFS(4)
 - DFS(4): $v=4$; dikunjungi[4]=true; DFS(8): DFS(5)
 - DFS(5): $v=5$; dikunjungi[5]=true; DFS(8): DFS(7)
 - DFS(7): $v=7$; dikunjungi[7]=true

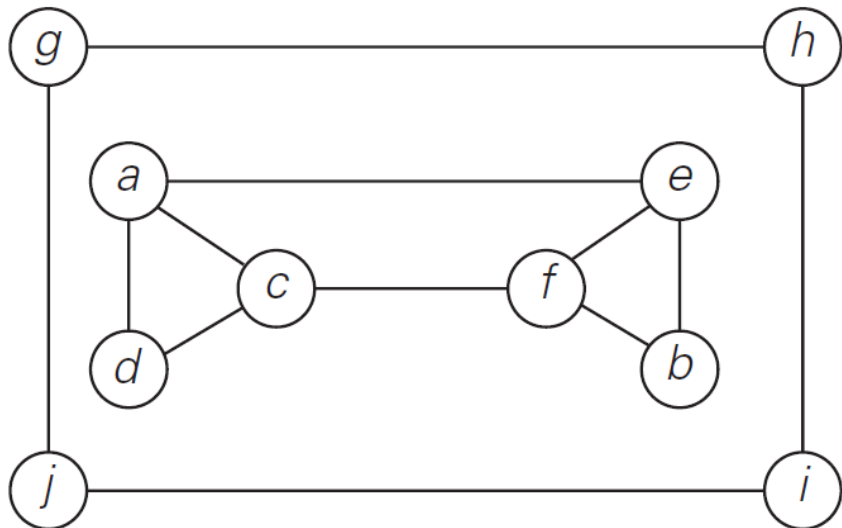
Urutan simpul2 yang dikunjungi: 1, 2, 3, 6, 8, 4, 5, 7

Contoh (hal 113)



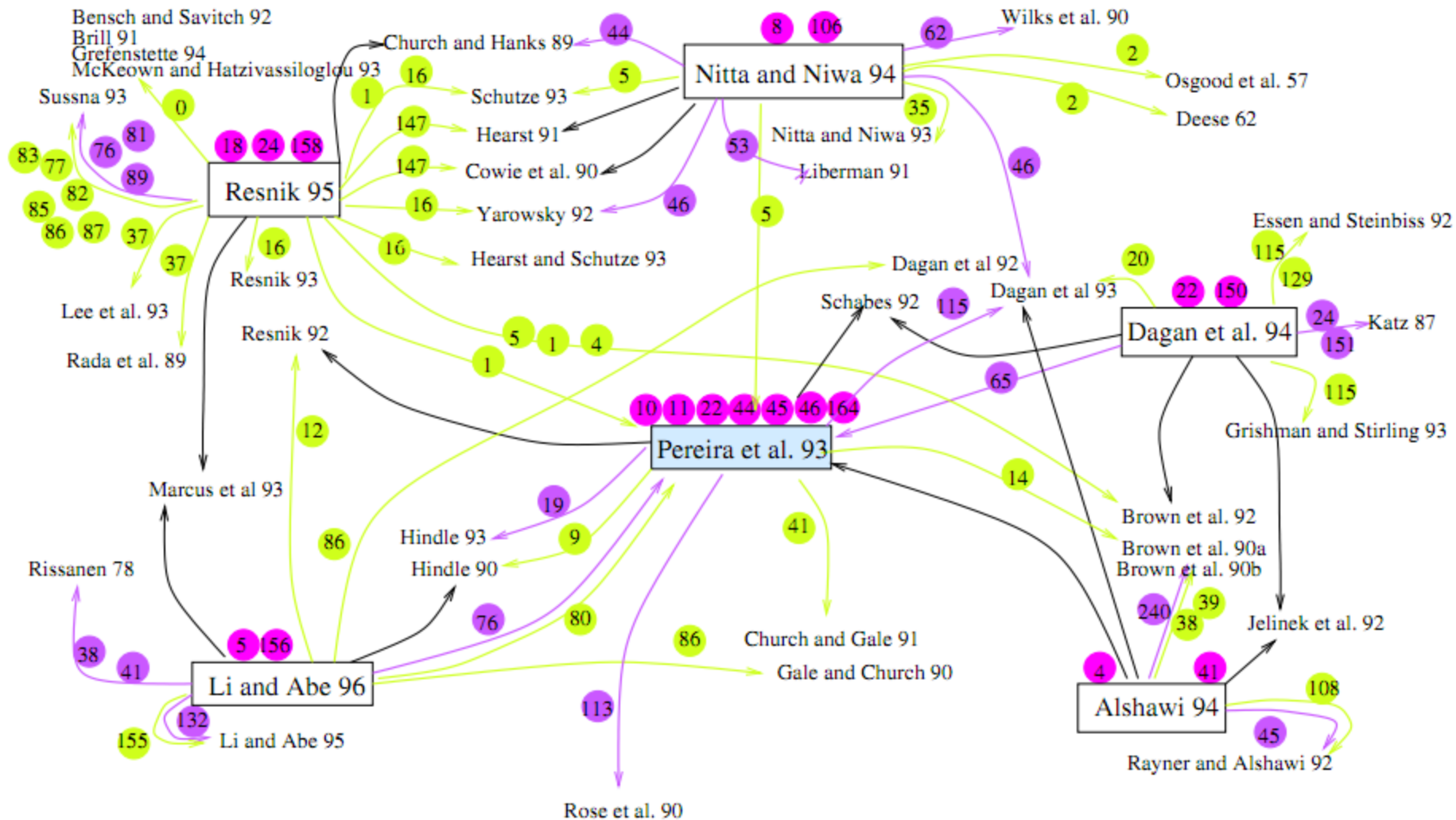
- Khusus untuk graf berarah, beberapa simpul mungkin tidak dapat dicapai dari simpul awal. Coba dengan simpul yang belum dikunjungi sebagai simpul awal. (hal 113)
- DFS (1): 1-2-4-3-5-6-7
- BFS (1): 1-2-4-3-5-7-6

Contoh Lain



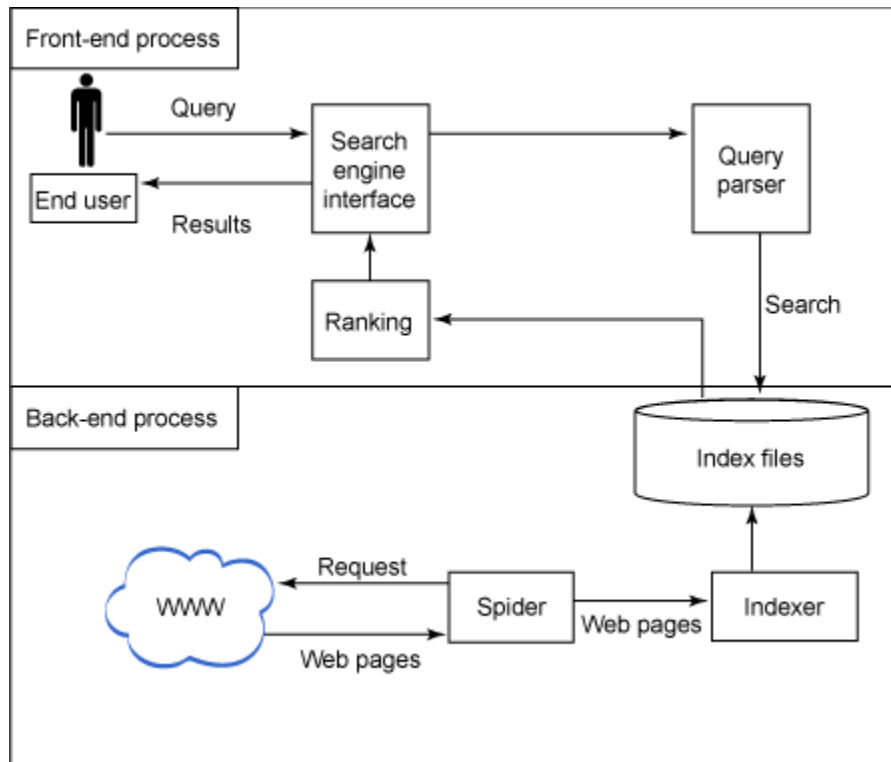
- Bagaimana penelusuran graf dengan BFS?
- Bagaimana Penelusuran graf dengan DFS

Penerapan BFS dan DFS: Citation Map



Penerapan BFS dan DFS: Web Spider

Arsitektur umum mesin pencari



- Secara periodik, web spider menjejalahi internet untuk mengunjungi halaman-halaman web

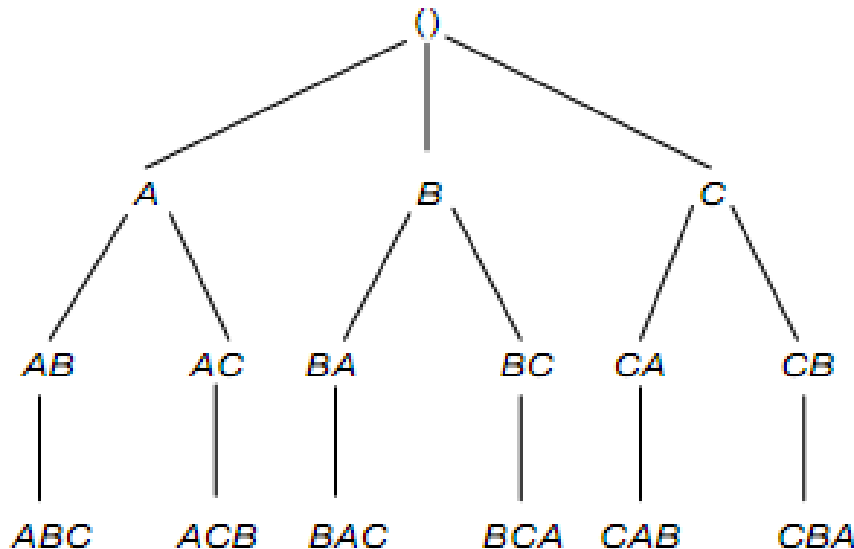
<http://www.ibm.com/developerworks/web/library/wa-lucene2/>

GRAF DINAMIS

Pencarian Solusi dengan BFS/DFS

- Menyelesaikan persoalan dengan melakukan pencarian
- Pencarian solusi \approx pembentukan pohon dinamis
 - Setiap simpul diperiksa apakah solusi telah dicapai atau tidak. Jika simpul solusi, pencarian dapat selesai (satu solusi) atau dilanjutkan mencari solusi lain (semua solusi).
- Representasi pohon dinamis:
 - Pohon ruang status (*state space tree*)
 - Simpul: *problem state* (layak membentuk solusi)
 - Akar: *initial state*
 - Daun: *solution/goal state*
 - Cabang: operator/langkah dalam persoalan
 - Ruang status (*state space*): himpunan semua simpul
 - Ruang solusi: himpunan status solusi
- Solusi: path ke status solusi

Pohon Dinamis: Permutasi A,B,C



Ket: () = status kosong

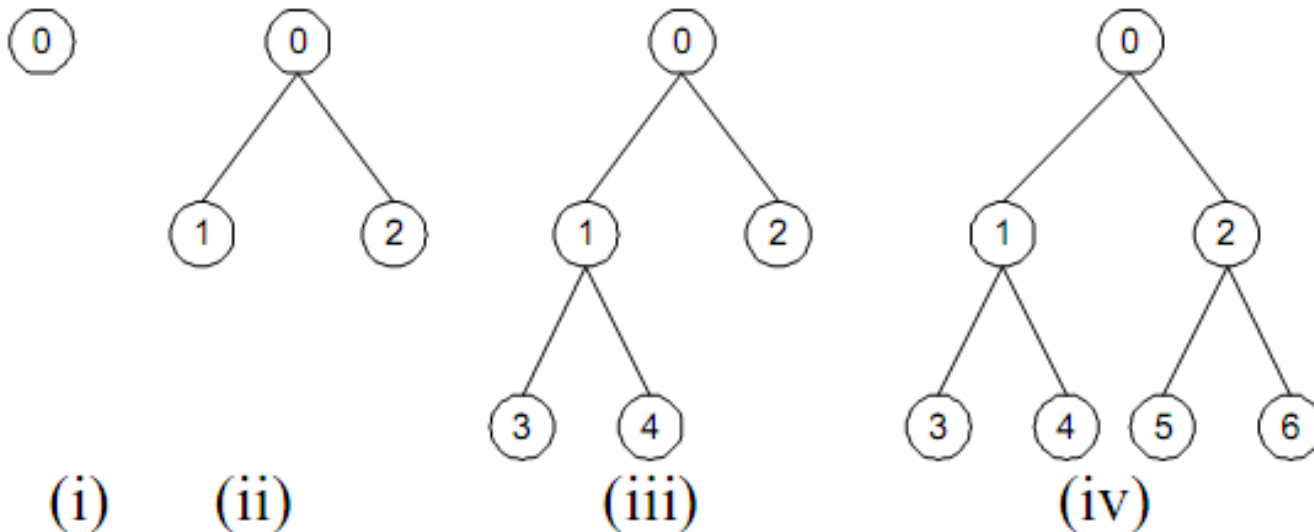
Pohon ruang status

- Operator: add X
- Akar : status awal (status “kosong”)
- Simpul: problem state
 - Status persoalan (*problem state*): simpul-simpul di dalam pohon dinamis yang memenuhi kendala (constraints).
- Daun: status solusi
 - Status solusi (*solution state*): satu atau lebih status yang menyatakan solusi persoalan.
- Ruang solusi:
 - Ruang solusi (*solution space*): himpunan semua status solusi.
- Ruang status (*state space*): Seluruh simpul di dalam pohon dinamis dan pohonnya dinamakan juga pohon ruang status (*state space tree*).

Pembangkitan Status

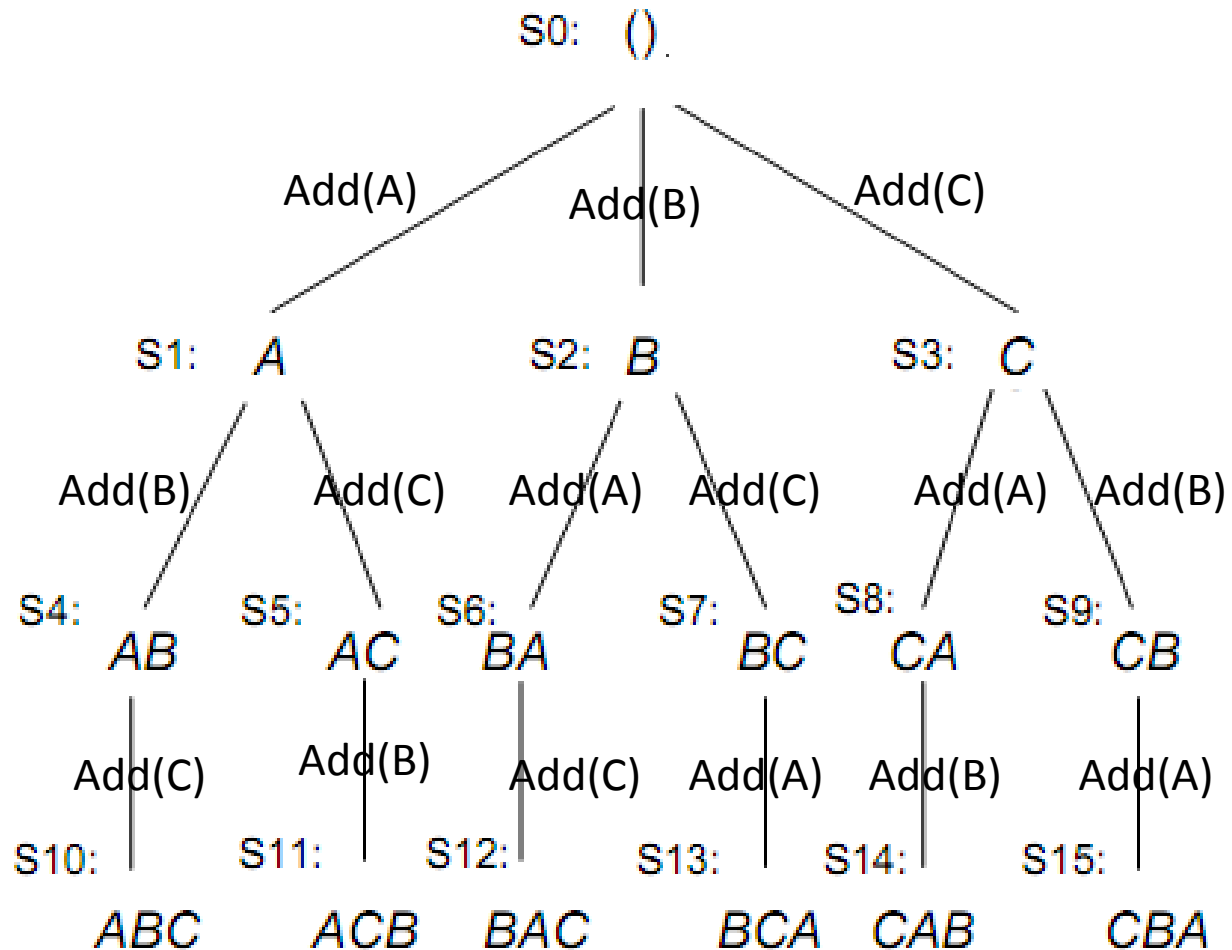
- Pembangkitan status baru dengan cara mengaplikasikan operator (langkah legal) kepada status (simpul) pada suatu jalur
- Jalur dari simpul akar sampai ke simpul (daun) solusi berisi rangkaian operator yang mengarah pada solusi persoalan

BFS untuk Pembentukan Pohon Ruang Status



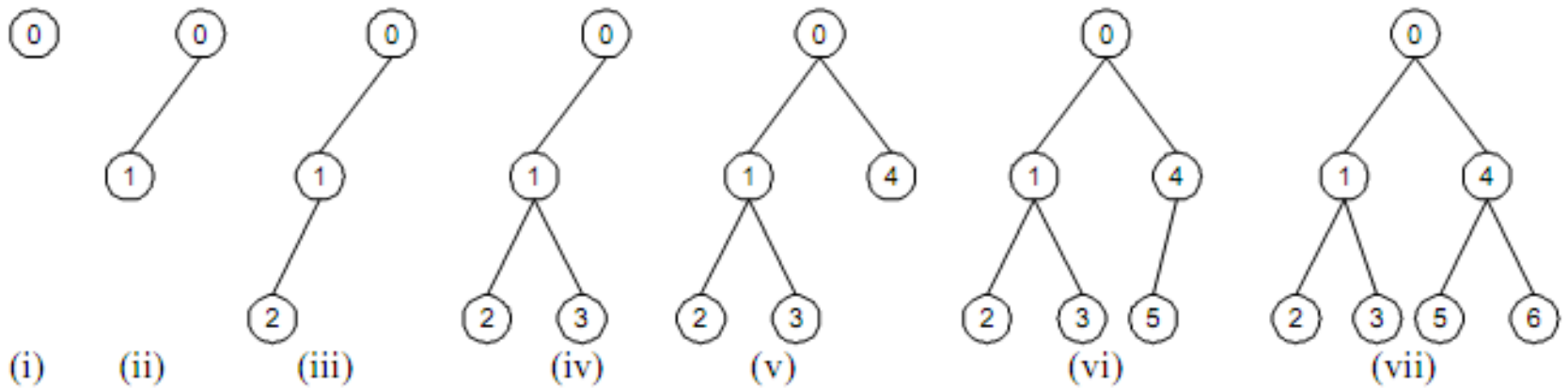
- Inisialisasi dengan status awal sebagai akar, lalu tambahkan simpul anaknya, dst.
- Semua simpul pada level d dibangkitkan terlebih dahulu sebelum simpul-simpul pada level $d+1$

BFS untuk Permutasi

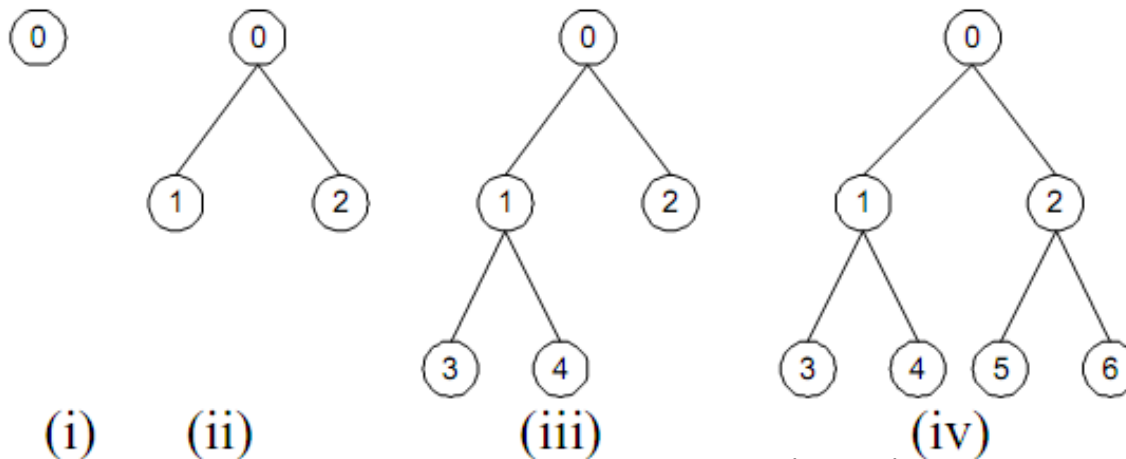


DFS untuk Pembentukan Pohon Ruang Status

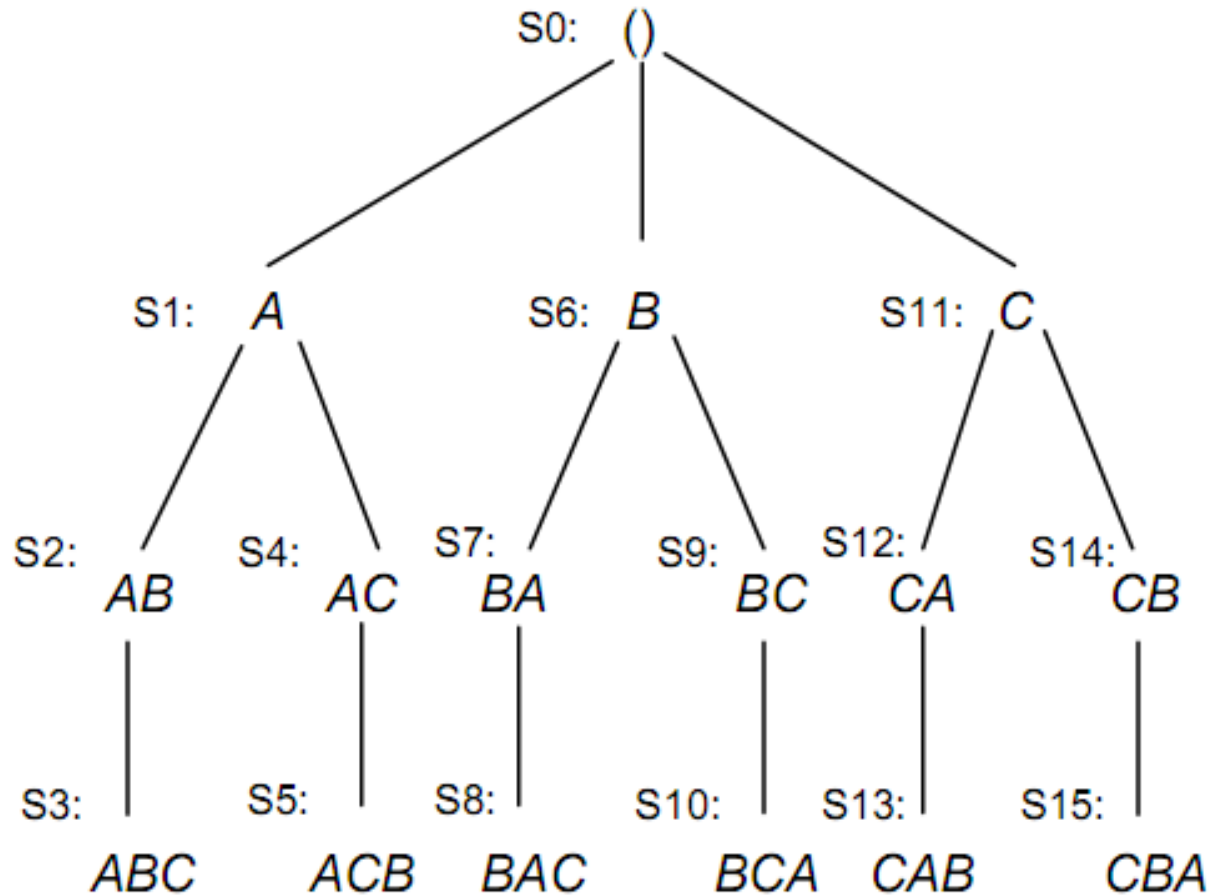
DFS:



BFS:



DFS Permutasi A,B,C



Evaluasi dari Teknik Pencarian

- Aspek untuk melihat seberapa ‘baik’ suatu teknik pencarian
 - *Completeness*: apakah menjamin ditemukannya solusi jika memang ada
 - *Optimality*: apakah teknik menjamin mendapatkan solusi yang optimal (*e.g: lowest path cost*)?
 - *Time Complexity*: waktu yang diperlukan untuk mencapai solusi
 - *Space Complexity*: memory yang diperlukan ketika melakukan pencarian
- Kompleksitas waktu dan ruang diukur dengan menggunakan istilah berikut.
 - *b*: (*branching factor*) maksimum pencabangan yang mungkin dari suatu simpul
 - *d*: (*depth*) kedalaman dari solusi terbaik (*cost* terendah)
 - *m*: maksimum kedalaman dari ruang status (bisa ∞)

Permainan 8-Puzzle

2	1	6
4		8
7	5	3

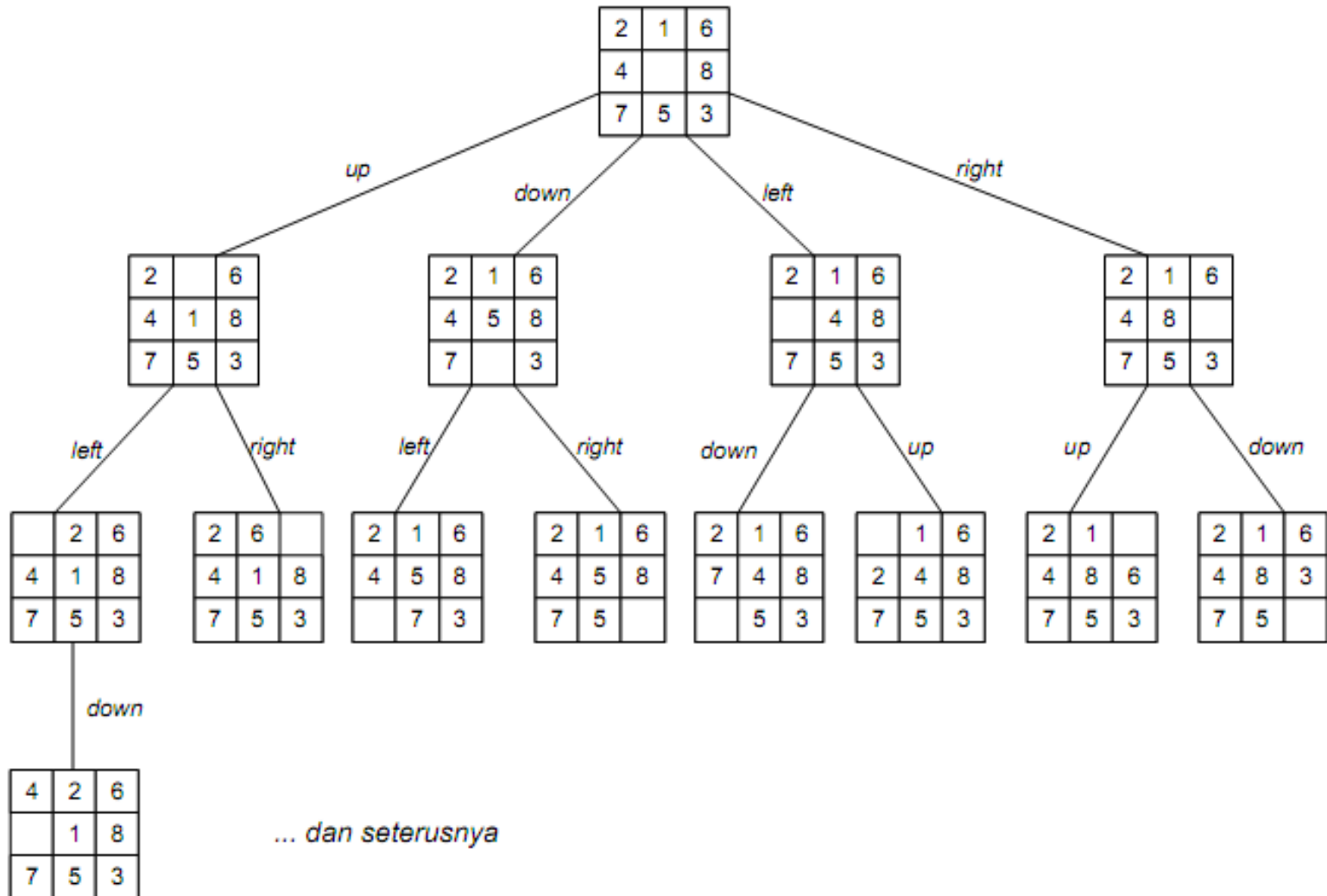
(a) Susunan awal
(*initial state*)

1	2	3
8		4
7	6	5

(b) Susunan akhir
(*goal state*)

- State berdasarkan ubin kosong (*blank*)
- Operator: *up, down, left, right*

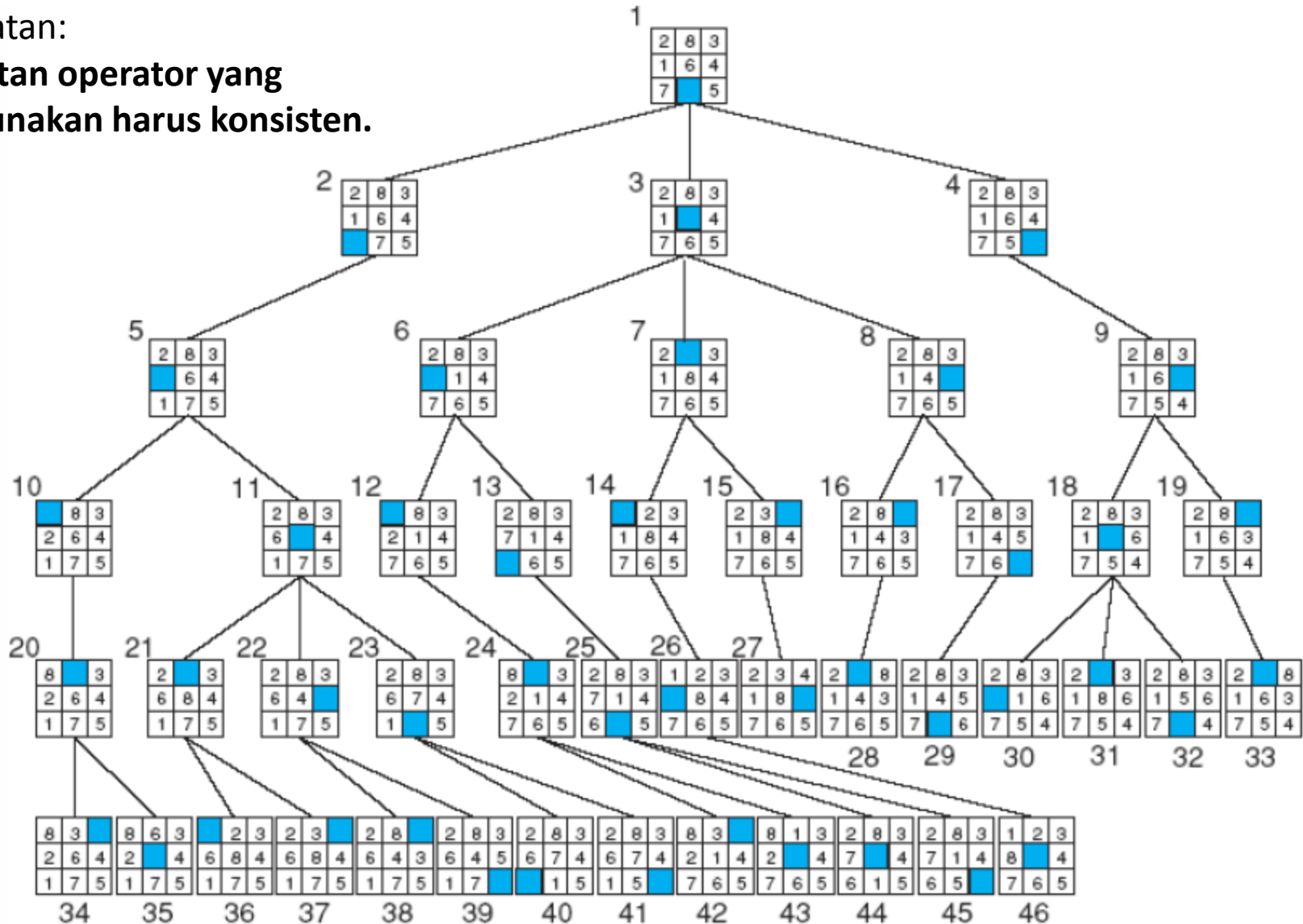
8-Puzzle: Pohon Ruang Status



BFS untuk 8-Puzzle

Catatan:

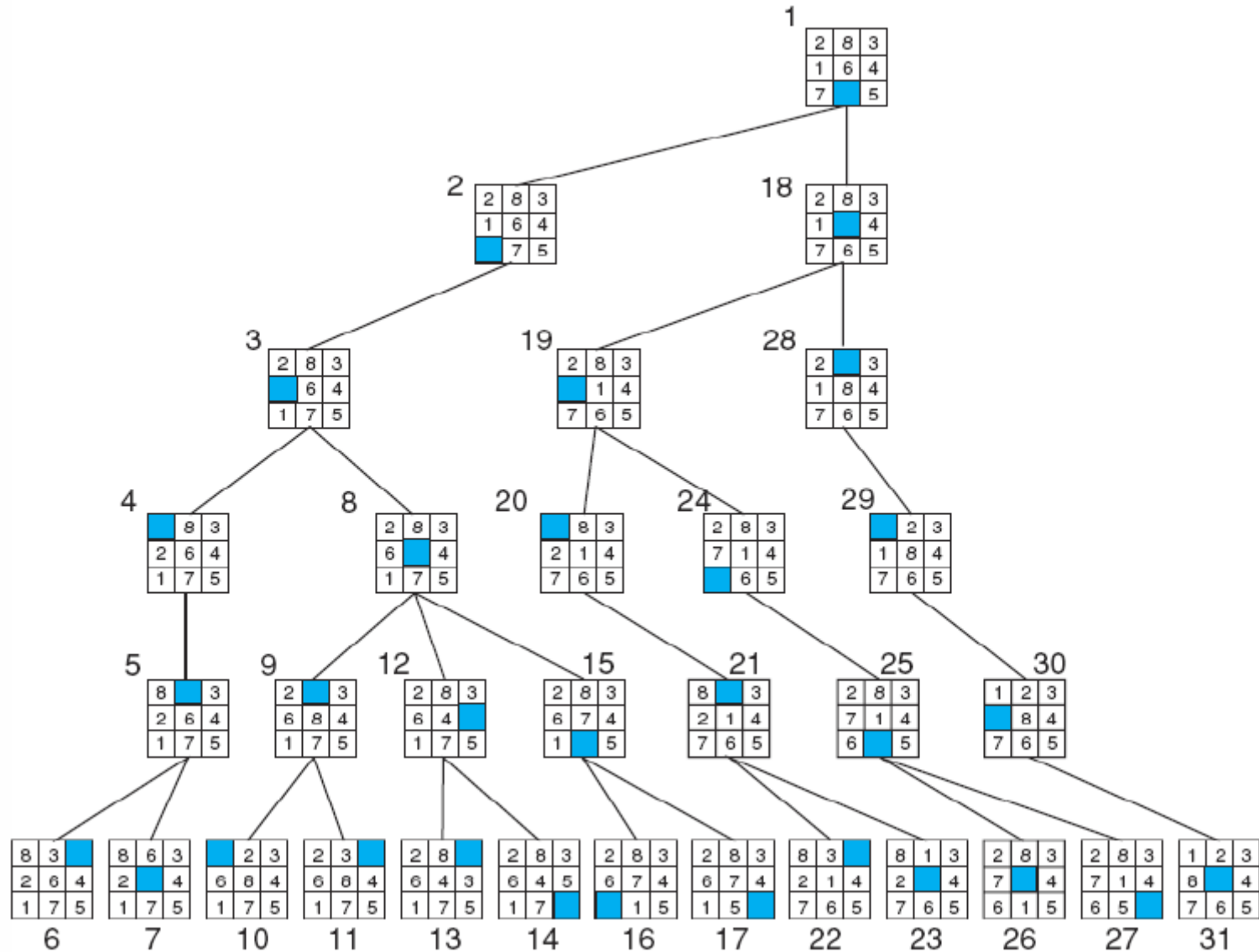
Urutan operator yang digunakan harus konsisten.



Bagaimana property dari BFS?

- *Completeness?*
 - Ya (selama nilai b terbatas)
- *Optimality?*
 - Ya, jika langkah = biaya
- Kompleksitas waktu:
 - $1+b+b^2+b^3+\dots+b^d = O(b^d)$
- Kompleksitas ruang:
 - $O(b^d)$
- Kurang baik dalam kompleksitas ruang

DFS untuk 8-Puzzle



Bagaimana property dari DFS?

- *Completeness?*
 - Ya (selama nilai b terbatas, dan ada penanganan '*redundant paths*' dan '*repeated states*')
- *Optimality?*
 - Tidak
- Kompleksitas waktu:
 - $O(b^m)$
- Kompleksitas ruang:
 - $O(bm)$
- Kurang baik dalam kompleksitas waktu, lebih baik dalam kompleksitas ruang

Aplikasi *Backtracking* di dalam DFS untuk Pemecahan Persoalan Pencarian Solusi

- Karakteristik *backtracking* di dalam algoritma DFS berguna untuk memecahkan persoalan pencarian solusi yang memiliki banyak alternatif pilihan selama pencarian.
- Solusi diperoleh dengan mengekspansi pencarian menuju *goal* dengan aturan “depth-first”
 - Anda tidak punya cukup informasi untuk mengetahui apa yang akan dipilih
 - Tiap keputusan mengarah pada sekumpulan pilihan baru
 - Beberapa sekuens pilihan (bisa lebih dari satu) mungkin merupakan solusi persoalan

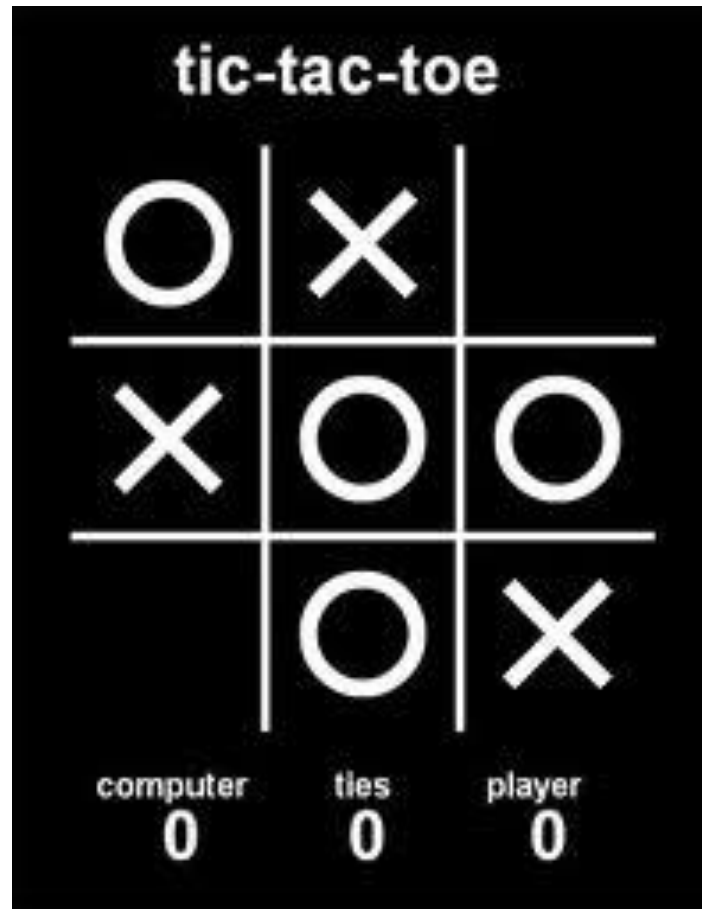
- **Backtracking** di dalam algoritma DFS adalah cara yang metodologis mencoba beberapa sekuens keputusan,
- sampai Anda menemukan sekuens yang “bekerja”

- Backtracking di dalam algoritam DFS banyak diterapkan untuk mencari solusi persoalan games seperti:
 - permainan *tic-tac-toe*,
 - menemukan jalan keluar dalam sebuah labirin,
 - Catur, *crossword puzzle*, *sudoku*, dan masalah-masalah pada bidang kecerdasan buatan (*artificial intelligence*).

Crossword puzzle:



Tic-Tac-Toe



Sudoku

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

Catur



Permainan Bidak

Contoh. Sebuah bidak (pion) bergerak di dalam sebuah matriks pada Gambar 6.11. Bidak dapat memasuki elemen matriks mana saja pada baris paling atas. Dari elemen matriks yang berisi 0, bidak dapat bergerak ke bawah jika elemen matriks di bawahnya berisi 0; atau berpindah horizontal (kiri atau kanan) jika elemen di bawahnya berisi 1. Bila bidak berada pada elemen yang berisi 1, ia tidak dapat bergerak kemanapun. Tujuan permainan ini adalah mencapai elemen matriks yang mengandung 0 pada baris paling bawah.

DOWN pindahkan bidak satu posisi ke bawah

LEFT pindahkan bidak satu posisi ke kiri

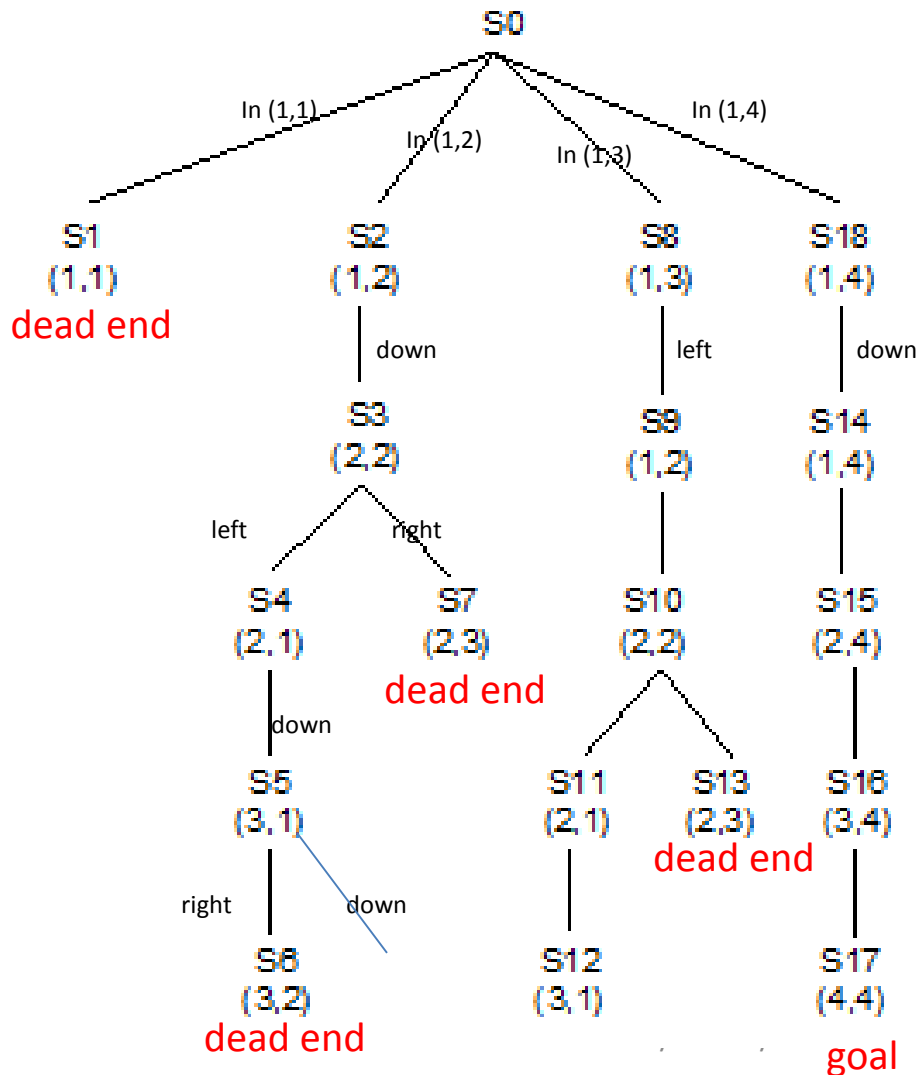
RIGHT pindahkan bidak satu posisi ke kanan

Batas kedalaman maksimum pohon ruang status diandaikan 5.

	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	1	0	0
4	1	0	0	0

Gambar 6.11 Matriks bidak

Pohon Ruang Status

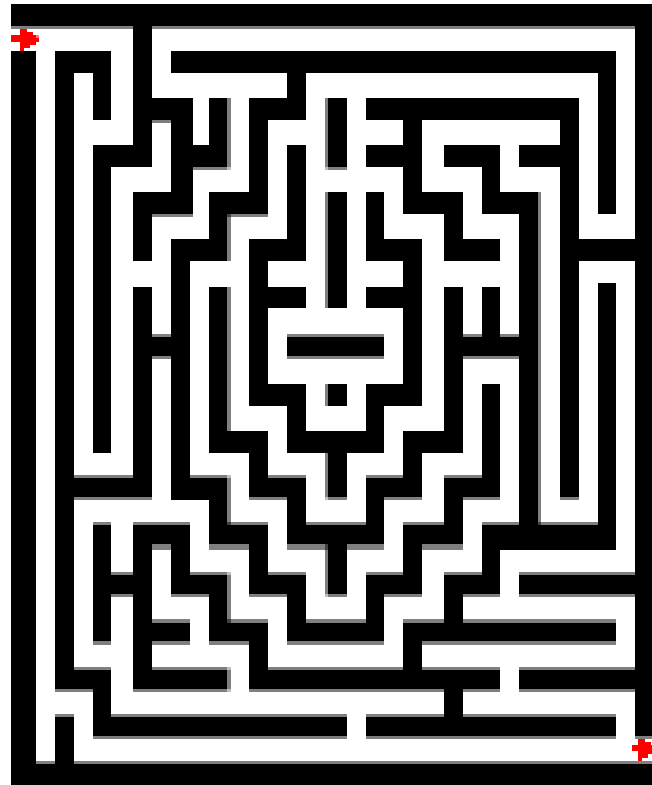


	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	1	0	0
4	1	0	0	0

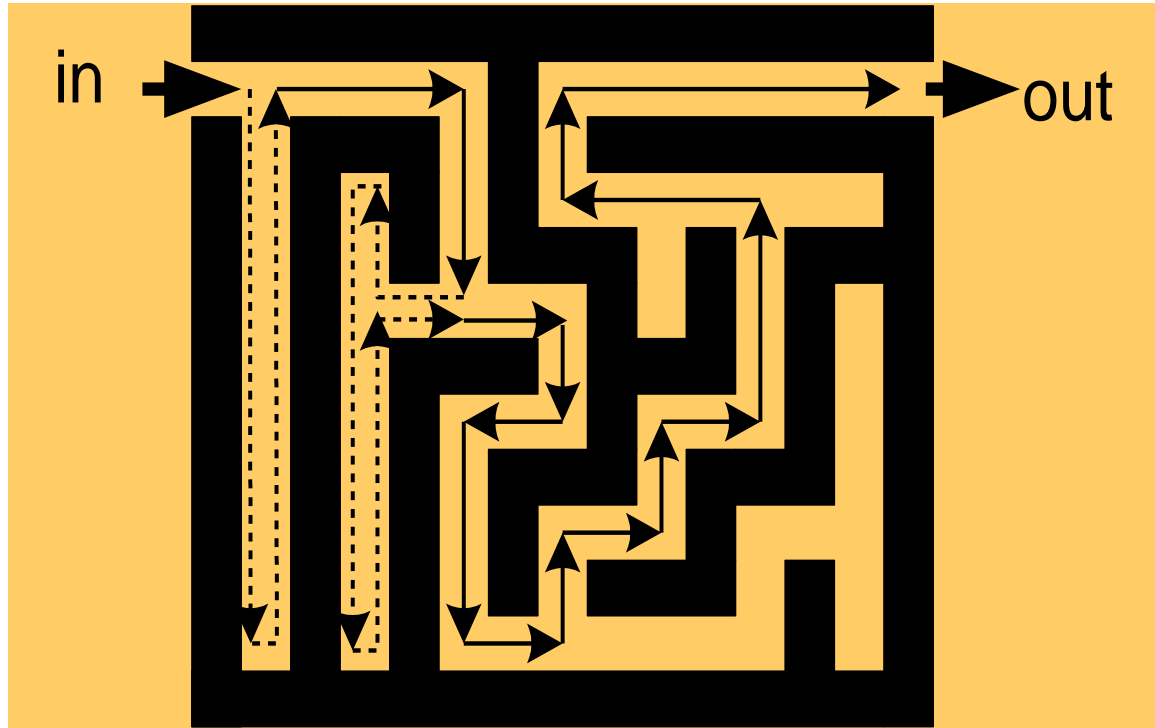
Gambar 6.11 Matriks bidak

Maze Problem

Diberikan sebuah labirin (*maze*), temukan lintasan dari titik awal sampai titik akhir



- Pada tiap perpotongan, anda harus memutuskan satu diantara tiga pilihan:
 - Maju terus
 - Belok kiri
 - Belok kanan
- Anda tidak punya cukup informasi untuk memilih pilihan yang benar (yang mengarah ke titik akhir)
- Tiap pilihan mengarah ke sekumpulan pilihan lain
- Satu atau lebih sekuens pilihan mengarah ke solusi.



Contoh runut-balik pada sebuah labirin. Runut-balik diperlihatkan dengan garis putus-putus.

Penyelesaian dengan DFS:

- Bagi lintasan menjadi sederetan langkah.
- Sebuah langkah terdiri dari pergerakan satu unit sel pada arah tertentu.
- Arah yang mungkin: lurus (*straight*), kiri (*left*), ke kanan (*right*).

Garis besar algoritma DFS:

```
while belum sampai pada tujuan do  
  if terdapat arah yang benar sedemikian sehingga kita belum pernah  
    berpindah ke sel pada arah tersebut  
  then  
    pindah satu langkah ke arah tersebut  
  else  
    backtrack langkah sampai terdapat arah seperti yang disebutkan  
    di atas  
  endif  
endwhile
```

- Bagaimana mengetahui langkah yang mana yang perlu dijejaki kembali?
- Ada dua solusi untuk masalah ini:
 1. Simpan semua langkah yang pernah dilakukan, atau
 2. gunakan rekursi (yang secara implisit menyimpan semua langkah).
- Rekursi adalah solusi yang lebih mudah.

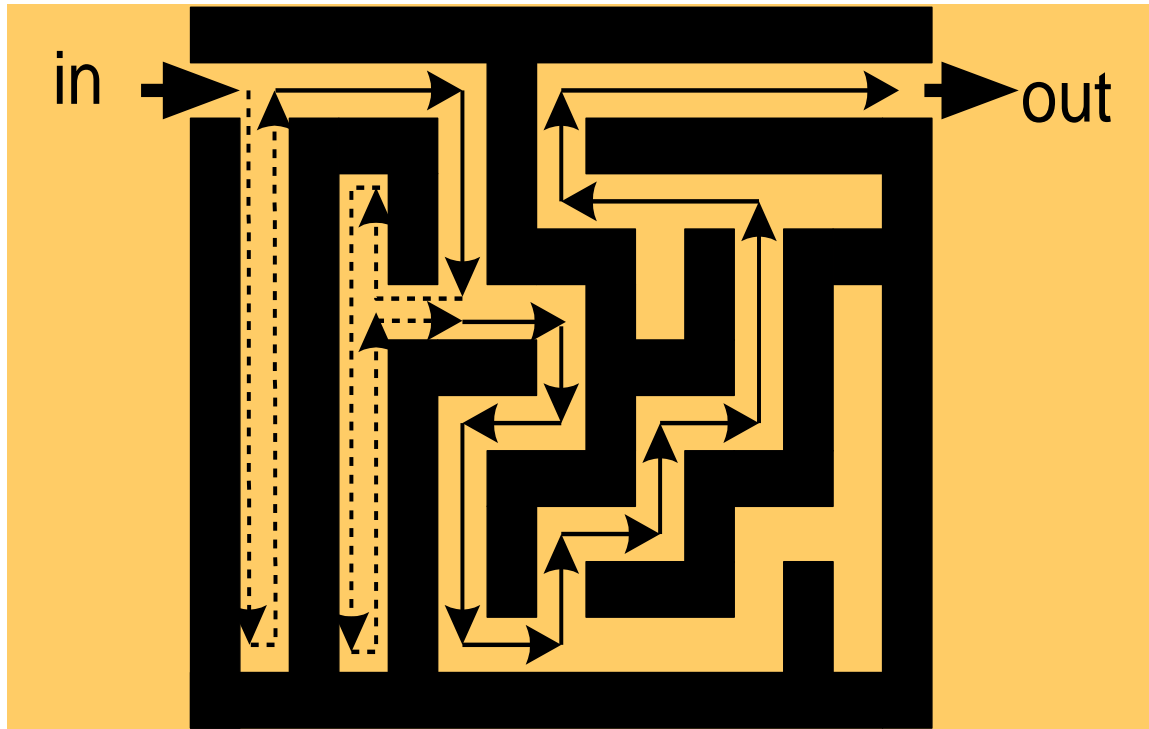
```
function SolveMaze(input M : labirin)→boolean  
{ true jika pilihan mengarah ke solusi }
```

Deklarasi

```
arah : integer { up = 1, down, 2, left = 3, right = 4 }
```

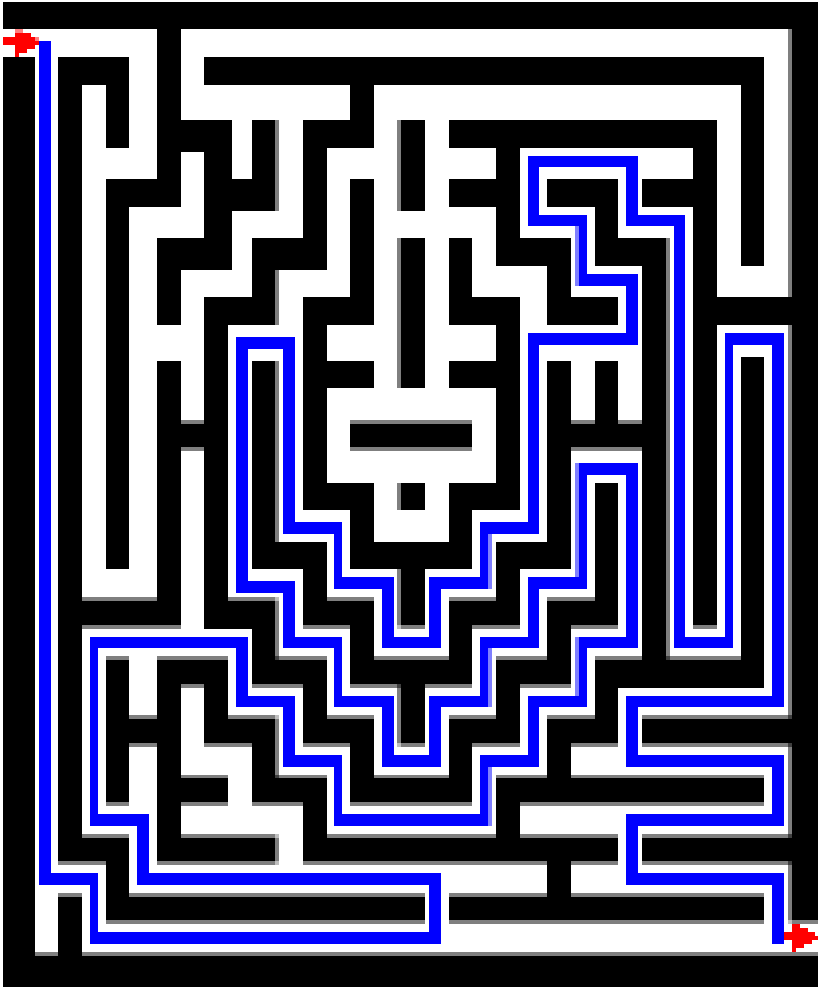
Algoritma:

```
if pilihan arah merupakan solusi then  
  return true  
else  
  for tiap arah gerakan (lurus, kiri, kanan) do  
    move(M, arah) { pindah satu langkah (satu sel)  
                  sesuai arah tersebut }  
    if SolveMaze(M) then  
      return true  
    else  
      unmove(M, arah) { backtrack }  
    endif  
  endfor  
  return false { semua arah sudah dicoba, tetapi  
                 tetap buntu, maka  
                 kesimpulannya: bukan solusi }  
endif
```



Contoh runut-balik pada sebuah labirin. Runut-balik diperlihatkan dengan garis putus-putus.

Contoh lainnya:



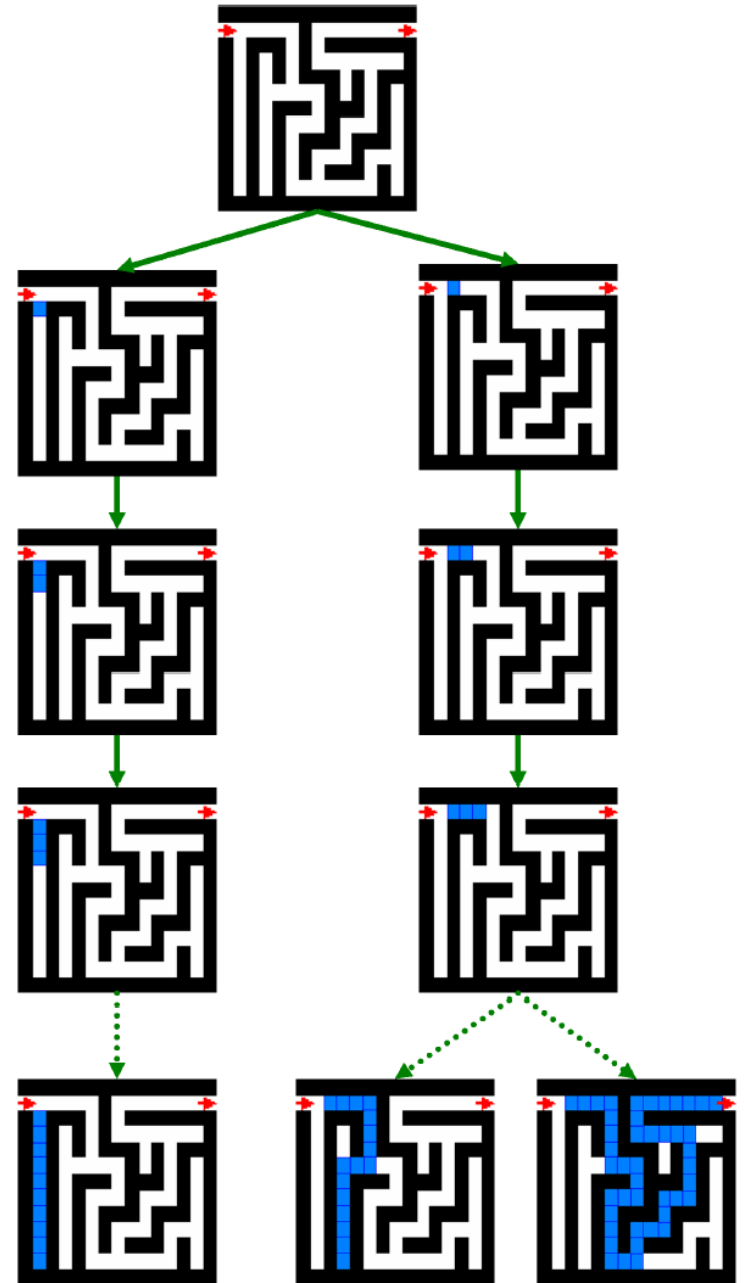
Jika kita menggambarkan sekuens pilihan yang kita lakukan, maka diagram berbentuk seperti pohon.

Simpul daun merupakan:

1. Titik *backtrack*, atau
2. Simpul *goal*

Pada titik *backtrack*, simpul tersebut menjadi mati (tidak bisa diekspansi lagi)

Aturan pembentukan simpul: DFS



Algoritma Pencarian Lainnya

- Depth-limited search
- Iterative deepening search

Depth-Limited Search

- BFS: dijamin menemukan path dgn langkah minimum tapi membutuhkan ruang status yang besar
- DFS: efisien, tetapi tidak ada jaminan solusi dgn langkah minimum
 - DFS dapat memilih langkah yang salah, sehingga path panjang bahkan infinite. Pemilihan langkah sangat penting
- Salah satu solusi: DFS-limited search
 - DFS dengan pembatasan kedalaman sampai l
 - Simpul pada level l dianggap tidak memiliki successor
 - Masalah: penentuan batas level (\geq shallowest goal)

DLS Algorithm

Function DLS (problem, limit)

→ rec_DLS(make_node(init_state), problem, limit)

Function Rec_DLS (node, problem, limit)

if isGoal(node) then → solution(node)

else if depth(node)=limit then → cutoff

else

for each successor in Expand(node, problem) do

result ← rec_DLS(successor, problem, limit)

if result=cutoff then cutoff_occured ← true

else if result≠failure then → result

if cutoff_occured then → cutoff

else → failure

Bagaimana property dari DLS?

- *Completeness?*
 - Tidak
- *Optimality?*
 - Tidak
- Kompleksitas waktu:
 - $O(b^l)$
- Kompleksitas ruang:
 - $O(bl)$

Iterative Deepening Search (IDS)

- IDS: melakukan serangkaian DFS, dengan peningkatan nilai kedalaman-cutoff, sampai solusi ditemukan
- Asumsi: simpul sebagian besar ada di level bawah, sehingga tidak menjadi persoalan ketika simpul pada level-level atas dibangkitkan berulang kali

Depth \leftarrow 0

Iterate

result \leftarrow DLS (problem, depth)

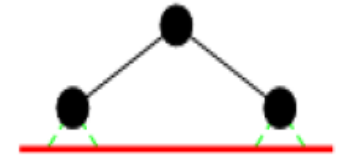
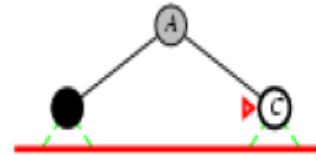
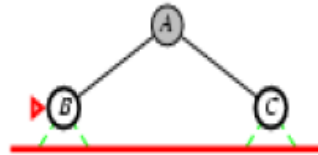
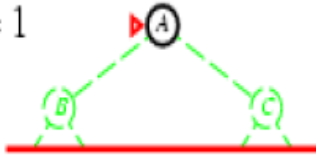
stop: result \neq cutoff

depth \leftarrow depth+1

\rightarrow result

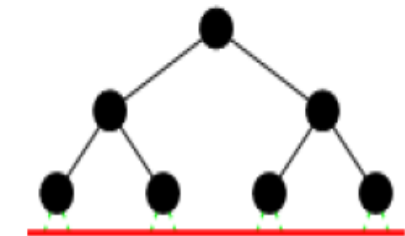
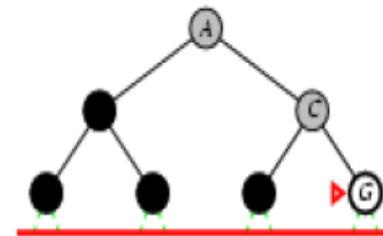
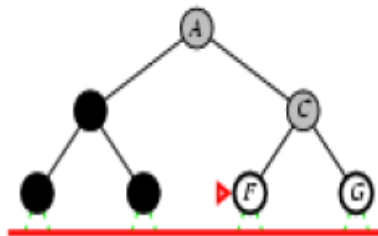
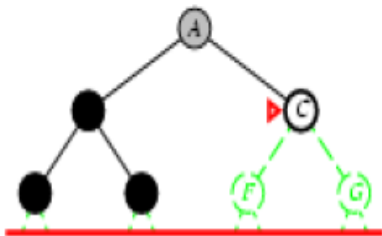
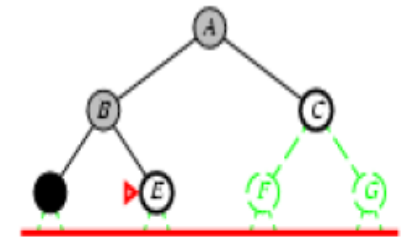
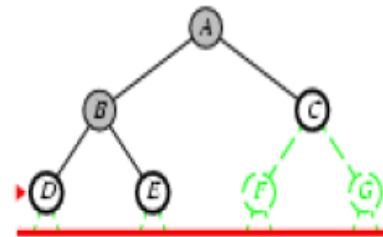
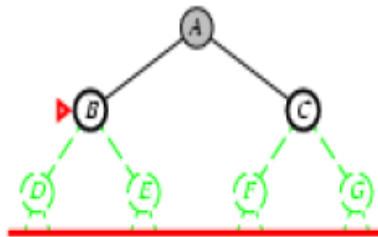
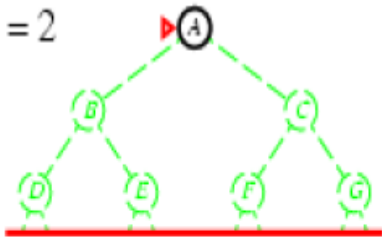
IDS dengan $d=1$

Limit = 1



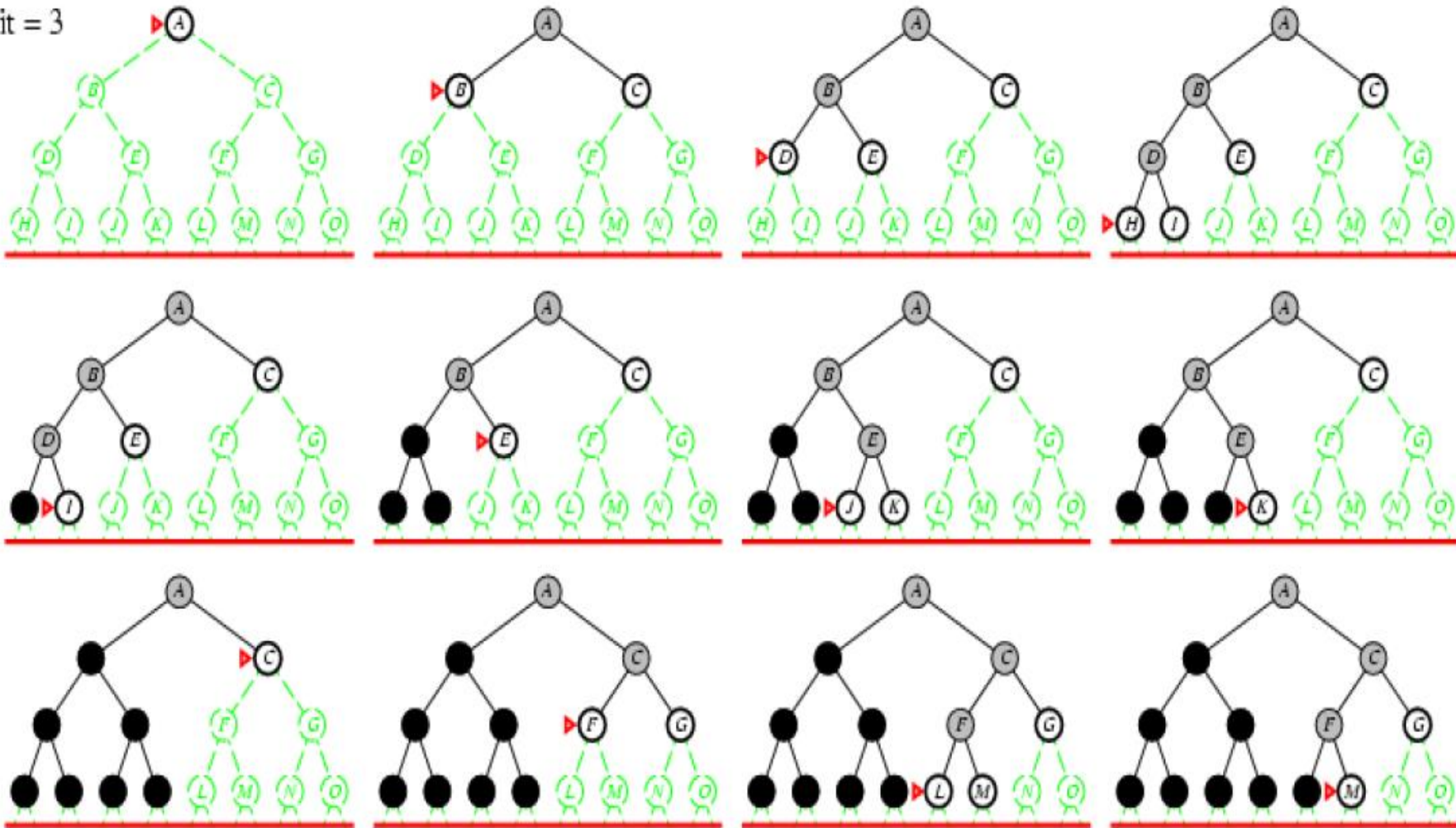
IDS dengan $d=2$

Limit = 2



IDS dengan $d=3$

Limit = 3



Bagaimana property dari IDS?

- Completeness?
 - Ya, jika b terbatas
- Optimality?
 - Ya, jika langkah = biaya
- Kompleksitas waktu:
 - $O(b^d)$
- Kompleksitas ruang:
 - $O(bd)$

Route/Path Planning

Materi Kuliah IF2211 – Strategi Algoritma
Teknik Informatika - ITB

Referensi

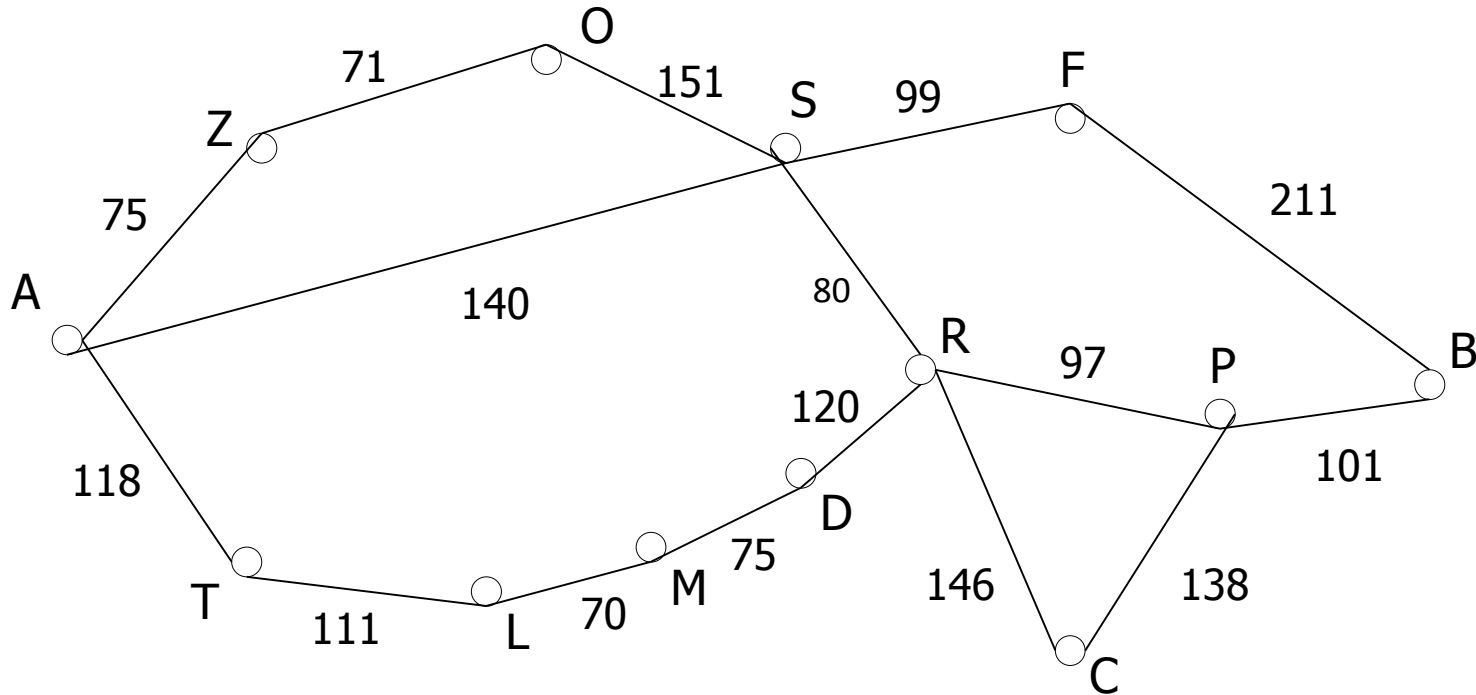
- Materi kuliah IF3170 Inteligensi Buatan Teknik Informatika ITB, Course Website:
<http://kuliah.itb.ac.id> → STEI → Teknik Informatika → IF3170
- Stuart J Russell & Peter Norvig, Artificial Intelligence: A Modern Approach, 3rd Edition, Prentice-Hall International, Inc, 2010, Textbook
Site: <http://aima.cs.berkeley.edu/> (2nd edition)
- Free online course materials | MIT OpenCourseWare Website:
Site: <http://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/>

Route Planning



Search

Source: Russell's book



S: set of cities

i.s: A (Arad)

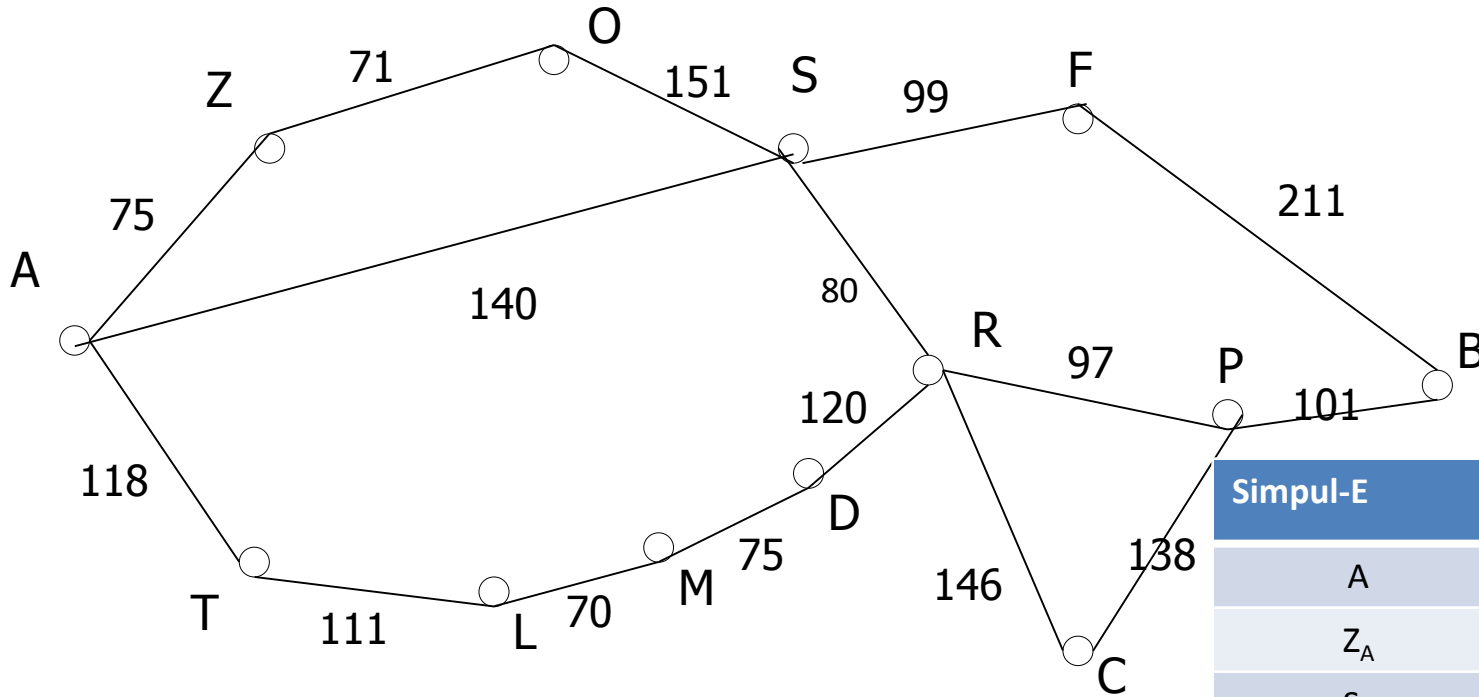
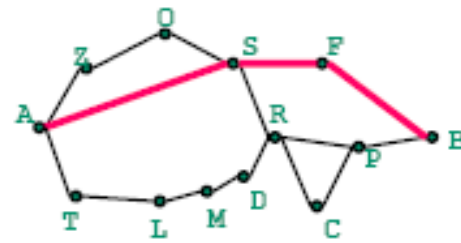
g.s: B (Bucharest)

Goal test: $s = B$?

Path cost: time \sim distance

Breadth-First Search (BFS)

Treat agenda as a queue (FIFO)

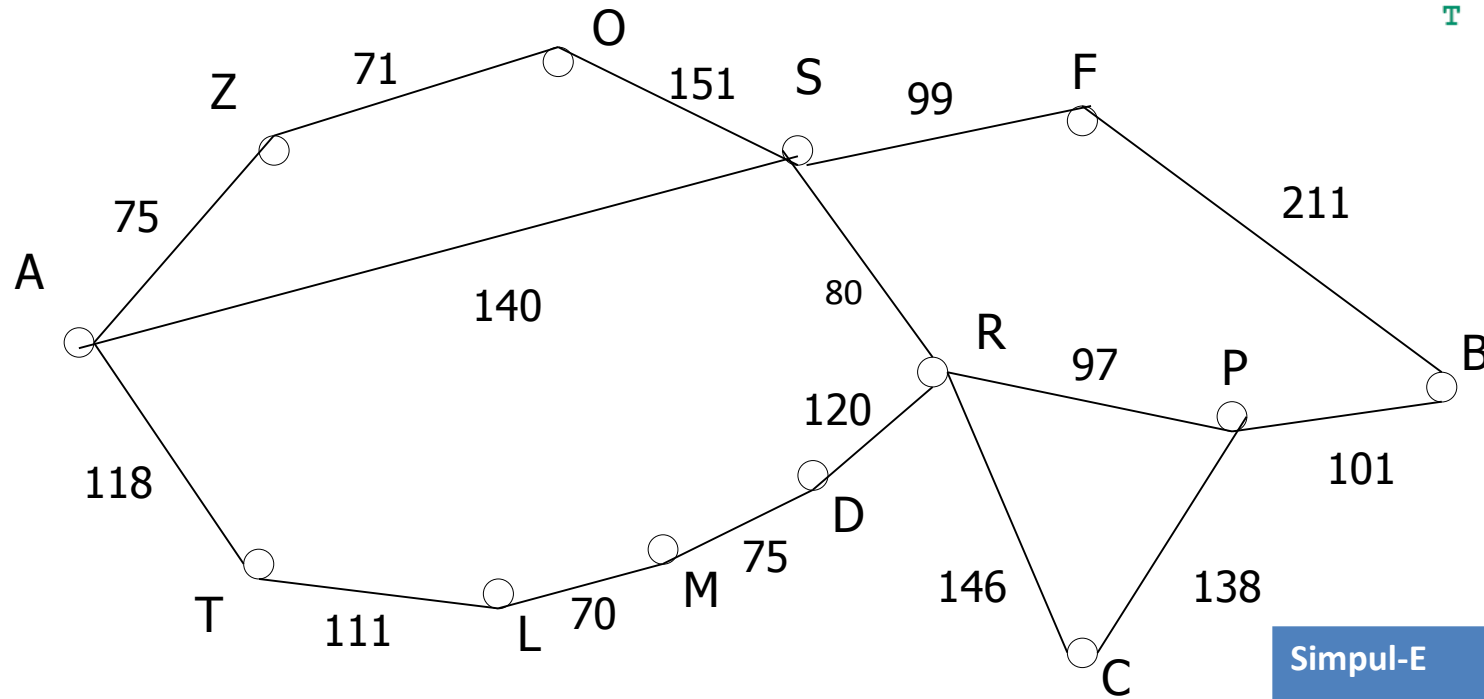
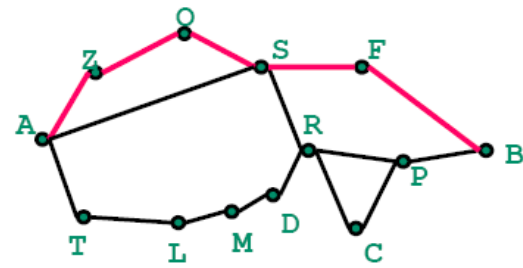


**Path: $A \rightarrow S \rightarrow F \rightarrow B$,
Path-cost = 450**

	Simplu-E	Simplu Hidup
A		Z_A, S_A, T_A
Z_A		S_A, T_A, O_{AZ}
S_A		$T_A, O_{AZ}, O_{AS}, F_{AS}, R_{AS}$
T_A		$O_{AZ}, O_{AS}, F_{AS}, R_{AS}, L_{AT}$
O_{AZ}		$O_{AS}, F_{AS}, R_{AS}, L_{AT}$
O_{AS}		F_{AS}, R_{AS}, L_{AT}
F_{AS}		R_{AS}, L_{AT}, B_{ASF}
R_{AS}		$L_{AT}, B_{ASF}, D_{ASR}, C_{ASR}, P_{ASR}$
L_{AT}		$B_{ASF}, D_{ASR}, C_{ASR}, P_{ASR}, M_{ATL}$
B_{ASF}		Solusi ketemu

Depth-First Search (DFS)

Treat agenda as a stack (LIFO)

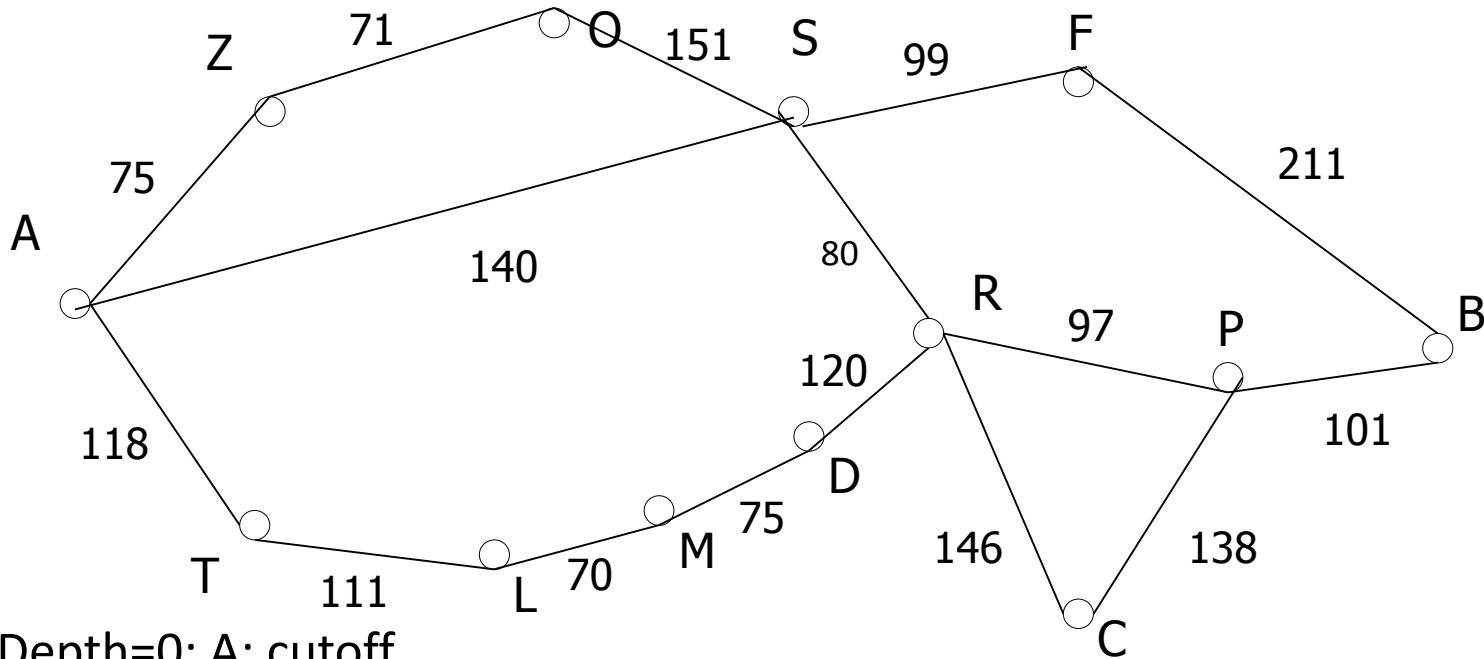


Path: $A \rightarrow Z \rightarrow O \rightarrow S \rightarrow F \rightarrow B$

Path-cost = 607

Simpl-E	Simpl Hidup
A	Z_A, S_A, T_A
Z_A	O_{AZ}, S_A, T_A
O_{AZ}	S_{AZO}, S_A, T_A
S_{AZO}	$F_{AZOS}, R_{AZOS}, S_A, T_A$
F_{AZOS}	$B_{AZOSF}, R_{AZOS}, S_A, T_A$
B_{AZOSF}	Solusi ketemu

IDS



Depth=0: A: cutoff

Depth=1: A \rightarrow $Z_A, S_A, T_A \rightarrow Z_A$: cutoff, S_A : cutoff, T_A : cutoff

Depth=2: A \rightarrow $Z_A, S_A, T_A \rightarrow O_{AZ}, S_A, T_A \rightarrow O_{AZ}$: cutoff $\rightarrow F_{AS}, R_{AS}, T_A \rightarrow F_{AS}$: cutoff
 $\rightarrow R_{AS}$: cutoff $\rightarrow L_{AT} \rightarrow L_{AT}$: cutoff

Depth=3: A \rightarrow $Z_A, S_A, T_A \rightarrow O_{AZ}, S_A, T_A \rightarrow S_{AZO}, S_A, T_A \rightarrow S_{AZO}$: cutoff $\rightarrow F_{AS}, R_{AS}, T_A$
 $\rightarrow B_{ASF}, R_{AS}, T_A \rightarrow B_{ASF}$

Stop: B=goal, path: A \rightarrow S \rightarrow F \rightarrow B, path-cost = 450

SELAMAT BELAJAR